

一、单选题（20 小题，每小题 2 分，共 40 分）

|    |  |
|----|--|
| 得分 |  |
|----|--|

1、设  $A=\{1, 2, 3\}$  上的关系如下，有传递性的有（ ）。

- A.  $\{\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 1, 3 \rangle, \langle 3, 1 \rangle\}$
- B.  $\{\langle 1, 3 \rangle, \langle 3, 1 \rangle\}$
- C.  $\{\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 1, 1 \rangle\}$
- D.  $\{\langle 1, 2 \rangle, \langle 3, 2 \rangle\}$

2、下列语句是命题的是（ ）

- A. 明年中秋节的晚上是晴天
- B.  $x \leq y \leq 0$
- C. 请保持安静
- D. 我正在说谎

3、下列哪个命题是假命题（ ）。

- A. 如果  $2+2=4$ ，则太阳从东方升起；
- B. 如果  $2+2=4$ ，则太阳从西方升起；
- C. 如果  $2+2 \neq 4$ ，则太阳从东方升起；
- D. 如果  $2+2 \neq 4$ ，则太阳从西方升起。

4、设  $R^+$  是正实数集， $R$  是实数集， $f: R^+ \rightarrow R, \forall x \in R^+, f(x) = \ln x$ ，则  $f$  是（ ）。

- A. 是入射不是满射
- B. 是满射不是入射
- C. 既非入射也非满射
- D. 是双射

5、下列等价式不成立的是（ ）。

- A.  $\forall x \exists y F(x, y) \Leftrightarrow \exists y \forall x F(x, y)$
- B.  $\forall x \exists y F(x, y) \Leftrightarrow \exists y \forall x F(x, y)$
- C.  $\forall x \exists y F(x, y) \Leftrightarrow \exists y \forall x F(x, y)$
- D.  $\forall x (F(x) \rightarrow G) \Leftrightarrow \forall x F(x) \rightarrow G$  .

6、 $n$  阶完全图的边数为（ ）。

- A.  $n(n-1)/2$ ;
- B.  $n-1$ ;
- C.  $n+1$ ;
- D.  $2n(n-1)$

7、设  $G=\langle V, E \rangle$  为  $(n, m)$  连通图，则要确定  $G$  的一棵生成树，必删去  $G$  的边数是（ ）。

- A.  $n - m - 1$ ;
- B.  $n - m + 1$ ;
- C.  $m - n + 1$ ;
- D.  $m - n - 1$  .

8、设  $Z$  为整数集， $f: Z \rightarrow Z, f(i) = i \pmod{3}$ ，则  $f$  是（ ）。

- A. 是入射不是满射
- B. 是满射不是入射

C. 既非入射也非满射

D. 是双射.

9、设  $g \circ f$  是一个复合映射。下列哪个命题是假命题 ( )。

A. 若  $g \circ f$  是满射, 则  $g$  是满射

B. 若  $g \circ f$  是入射, 则  $f$  是入射

C. 若  $g \circ f$  是双射, 则  $f$  和  $g$  都是双射

D. 若  $f$  和  $g$  都是双射, 则  $g \circ f$  是双射

10、设  $S = \{\emptyset, \{1\}, \{1, 2\}\}$ , 则有 ( )  $\subseteq S$ 。

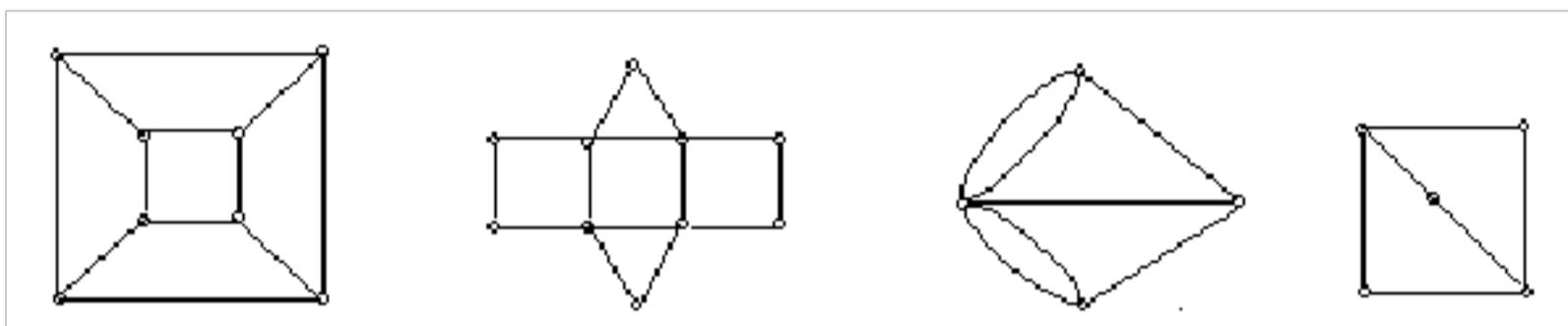
A.  $\{\{1, 2\}\}$  ;

B.  $\{1, 2\}$  ;

C.  $\{1\}$  ;

D.  $\{2\}$

11、下列各图是欧拉图的是 ( )。



A

B

C

D

12、在下述公式中是重言式为 ( )

A.  $\neg(P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow Q)$

B.  $(P \rightarrow Q) \rightarrow ((\neg P \rightarrow Q) \rightarrow (Q \rightarrow P))$

C.  $\neg(P \rightarrow Q) \rightarrow Q$

D.  $\neg P \rightarrow (Q \rightarrow R)$

13、设  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{a, b\}$ , 下列二元关系  $R$  为  $A$  到  $B$  的函数的是 ( )

A.  $R = \{(1, a), (2, a), (3, a)\}$

B.  $R = \{(1, a), (2, b)\}$

C.  $R = \{(1, a), (1, b), (2, a), (3, a)\}$

D.  $R = \{(1, a), (1, b), (2, a), (3, b)\}$

14、设  $G = (V, E)$  为无向图,  $|V| = 7$ ,  $|E| = 23$ , 则  $G$  一定是 ( )。

A. 完全图;

B. 树;

C. 简单图;

D. 多重图

15、下列各式哪个是错的 ( ) ?

A.  $\neg \neg \neg$  ;

B.  $\neg \neg \{ \}$  ;

C.  $\neg \neg \neg$  ;

D.  $\neg \neg \{ \}, \{ \}$

16、令  $F(x)$ :  $x$  是金属,  $G(y)$ :  $y$  是液体,  $H(x, y)$ :  $x$  可以溶解在  $y$  中, 则命题“任何金属可以溶解在某种液体中”可符号化为 ( )。

A.  $\neg \forall x (F(x) \rightarrow \exists y (G(y) \rightarrow H(x, y)))$

B.  $\neg \forall x ((\exists x) F(x) \rightarrow (G(y) \rightarrow H(x, y)))$

C.  $\neg \forall x (F(x) \rightarrow \exists y (G(y) \rightarrow H(x, y)))$

D.  $\neg \forall x (F(x) \rightarrow \exists y (G(y) \rightarrow H(x, y)))$

17、下面四组数能构成无向图的度数列的有 ( )。

- A. 2, 3, 4, 5, 6, 7    B. 1, 2, 2, 3, 4    C. 2, 1, 1, 1, 2    D. 3, 3, 5, 6, 0

18、无向图G是欧拉图，当且仅当 ( )。

- A. G连通且所有结点的度数为偶数；    B. G的所有结点的度数为偶数；  
 C. G连通且所有结点的度数为奇数；    D. G的所有结点的度数为奇数。

19、下列关系中能构成函数的是 ( )。

- A.  $\{(x, y) \mid (x, y) \in \mathbb{N} \wedge (x \leq y \leq 10)\}$ ;    B.  $\{(x, y) \mid (x, y) \in \mathbb{R} \wedge (y = x^2)\}$ ;  
 C.  $\{(x, y) \mid (x, y) \in \mathbb{R} \wedge (y^2 = x)\}$ ;    D.  $\{(x, y) \mid (x, y) \in \mathbb{I} \wedge (x \leq y \pmod{3})\}$

20、下列哪个谓词公式与  $\forall x \exists y P(x, y)$  等价? ( )。

- A.  $\exists x \forall y P(x, y)$     B.  $\forall x \forall y P(x, y)$     C.  $\exists x \forall y \neg P(x, y)$     D.  $\forall x \forall y \neg P(x, y)$

二、填空题 (20 小题, 每空 1 分, 共 20 分)

|    |  |
|----|--|
| 得分 |  |
|----|--|

1、在偏序集  $\langle A, \leq \rangle$  中,  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  是 A 上的整除关系, 则 A 的极大元是\_\_\_\_\_。

2、设 R 是集合 A 上的具有自反性、对称性、反对称性和传递性的二元关系, 则  $R =$ \_\_\_\_\_。

3、命题公式  $P \rightarrow Q$  的逆反式是\_\_\_\_\_。

4、设  $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ , 则 A 的幂集是\_\_\_\_\_。

5、设  $G(x)$  表示“x 是金子”,  $F(x)$  表示“x 是闪光的”, 则命题“金子是闪光的, 但闪光的不一定是金子”符号化为\_\_\_\_\_。

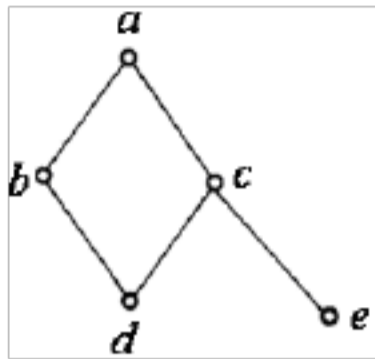
6、写出下表中所定义的命题联结词

| P | Q | $P \text{ \_\_\_\_\_\_ } Q$ |
|---|---|-----------------------------|
| 0 | 0 | 0                           |
| 0 | 1 | 0                           |
| 1 | 0 | 0                           |
| 1 | 1 | 1                           |

7、设  $H(x)$  表示“x 是马”,  $N(x)$  表示“x 是动物”. 则命题“马是动物, 动物不一定是马”符号化为\_\_\_\_\_。

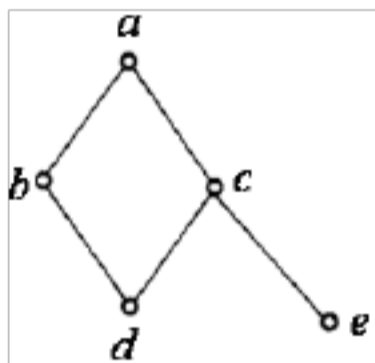
8、在偏序集  $\langle A, \sqsubseteq \rangle$  中，其中  $A = \{2, 3, 6, 12, 24, 36\}$  是  $A$  中的整除关系，则集合  $B = \{2, 3, 6\}$  的极大元是\_\_\_\_\_。

9、在下图所给的偏序集  $\langle A, \sqsubseteq \rangle$  中，集合  $\{b, c\}$  的上确界是\_\_\_\_\_。



10、设  $A$  为任一集合，则  $A \sqcup A \sqcup$ \_\_\_\_\_。

11、在下图所给的偏序集  $\langle A, \sqsubseteq \rangle$  中，集合  $\{b, c\}$  的下确界是\_\_\_\_\_。



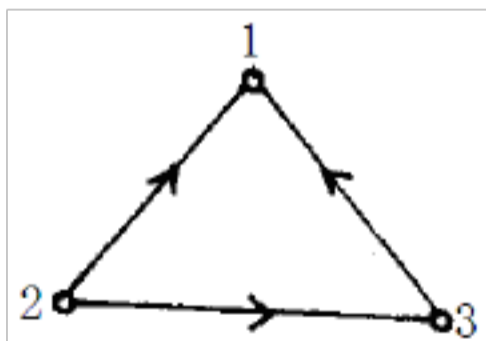
12、一棵树  $T$  有 2 个度为 2 的结点，1 个度为 3 的结点，4 个度为 4 的结点，1 个度为 5 的结点，其余均是度为 1 的结点，则  $T$  有\_\_\_\_\_个度为 1 的结点。

13、命题公式  $\neg(P \sqcup Q)$  的主析取范式为\_\_\_\_\_。

14、完全图  $K_5$  的边数是\_\_\_\_\_。

15、设  $f$  是  $A$  到  $B$  的函数，若  $f$  \_\_\_\_\_，则称  $f$  为双射。

16、设  $X = \{1, 2, 3\}$  上的关系  $R$  的关系图如下，从关系图可知  $R$  具有的性质是\_\_\_\_\_。



17、设  $P$  表示“我将取得好成绩”， $Q$  表示“我努力学习”，则命题“我将取得好成绩，仅当我努力学习”符号化为\_\_\_\_\_。

18、设  $A$  是图  $G = \langle V, E \rangle$  的邻接矩阵， $A^k = (a_{ij}^{(k)})$ ，则图  $G = \langle V, E \rangle$  中由  $v_i$  到  $v_j$  长度为  $k$  的路径的条数为\_\_\_\_\_。

19、一棵有向树  $T$ ，若  $T$  恰有一个结点的入度为 0，其余所有结点的入度都为 1，则称  $T$  为根

树。其中\_\_\_\_\_称为树叶。

20、设  $A = \{\{\square, \{\square\}\}\}$ , 则  $A \times P(P(\square)) =$  \_\_\_\_\_。其中  $P(A)$  表示集合  $A$  的幂集。

### 三、简答题（4 小题，每小题 6 分，共 24 分）

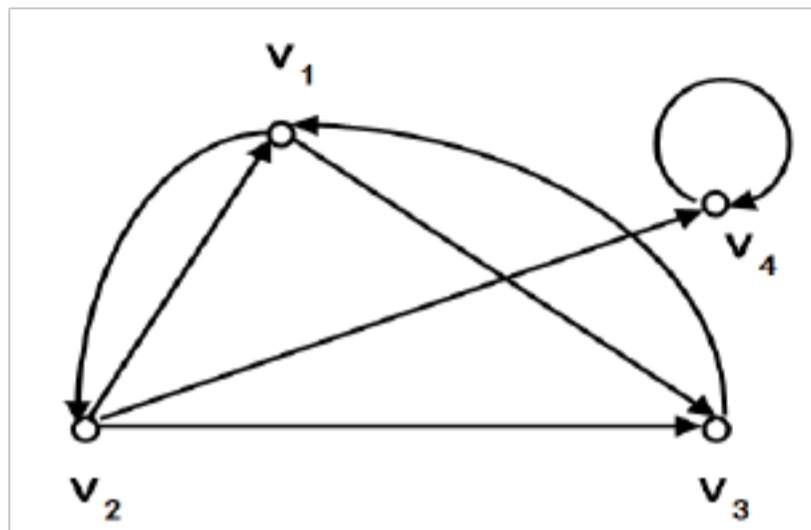
|    |  |
|----|--|
| 得分 |  |
|----|--|

1、对 有向图  $G = (V, E)$  求解下列问题：

1) 写出邻接矩阵  $A$ ;

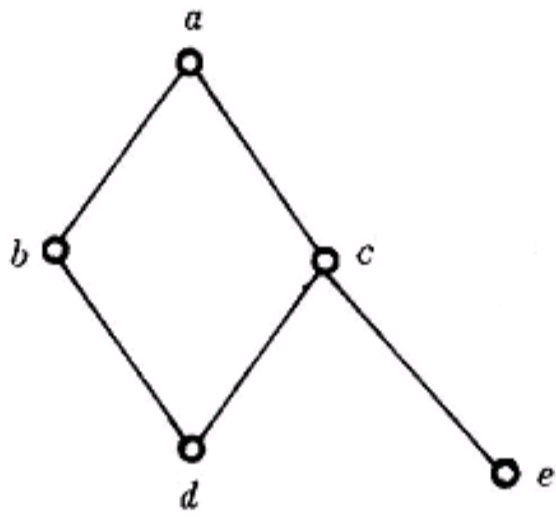
2)  $G = (V, E)$  中由  $v_1$  到  $v_4$  长度为 2 和 4 的路有几条？

3) 求出  $G = (V, E)$  的可达性矩阵。



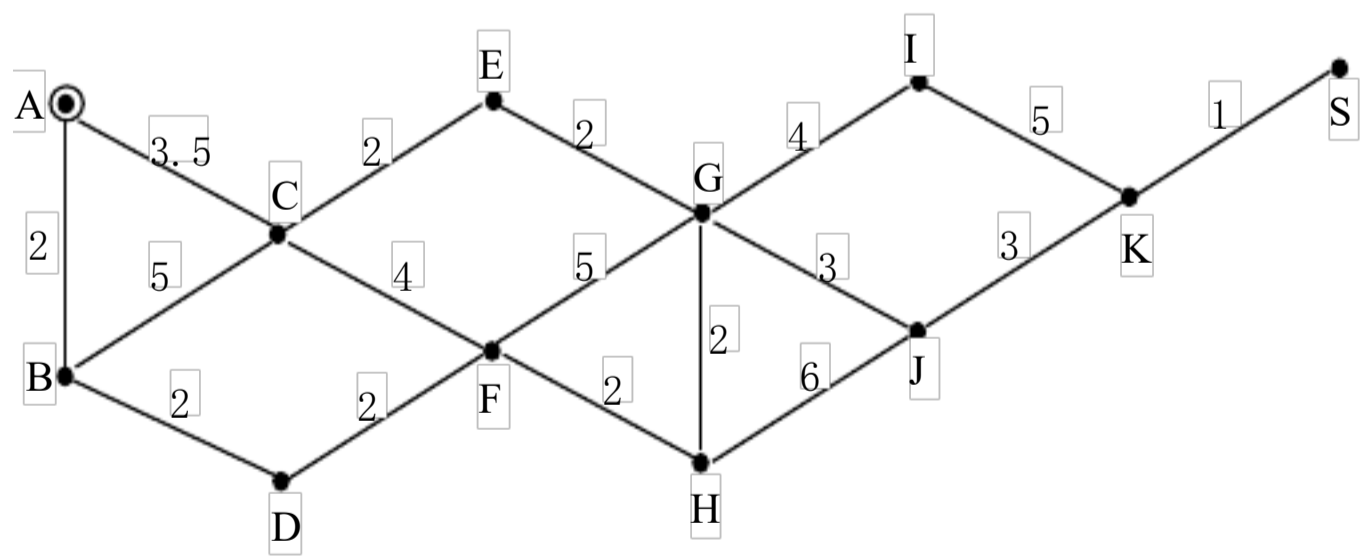
2、以给定权 2, 4, 5, 8, 13, 15, 18, 25 构造一棵最优二叉树。

3、对下图所给的偏序集  $\langle A, \sqsubseteq \rangle$ ，求下表所列集合的上确界，下确界，并将结果填入表中。



| 子集      | 上确界 | 下确界 |
|---------|-----|-----|
| {a,b,c} |     |     |
| {c,d,e} |     |     |
| A       |     |     |

4、今有煤气站 A，将给一居民区供应煤气，居民区各用户所在位置如图所示，铺设备用户点的煤气管道所需的费用（单位：万元）如图边上的数字所示。要求设计一个最经济的煤气管道路线，并求所需的总费用。



四、证明题（2 小题，每小题 8 分，共 16 分）

|    |  |
|----|--|
| 得分 |  |
|----|--|

1、设函数  $f: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ ,  $f(x, y) = \left(\frac{x+y}{2}, \frac{x-y}{2}\right)$ , 证明  $f$  是双射的。

2、符号化下列命题并推证其结论.

所有有理数是实数，某些有理数是整数，因此某些实数是整数（设  $Q(x)$ :  $x$  是有理数， $R(x)$ :  $x$  是实数， $Z(x)$ :  $x$  是整数.）.

一、单选题（20 小题，每小题 2 分，共 40 分）

- |      |      |
|------|------|
| 1、D  | 11、B |
| 2、A  | 12、B |
| 3、B  | 13、A |
| 4、D  | 14、D |
| 5、B  | 15、C |
| 6、A  | 16、C |
| 7、C  | 17、B |
| 8、C  | 18、A |
| 9、C  | 19、B |
| 10、A | 20、D |

二、填空题（20 小题，每空 1 分，共 20 分）

- |  |  |
|--|--|
| 1、4, 5, 6  | 10、□   |
| 2、 $I_A$   | 11、d   |
| 3、 $\neg Q \rightarrow \neg P$   | 12、14  |
| 4、 $\{\square, \{\square\}, \{\{\square\}\}, \{\square, \{\square\}\}$                   | 13、 $(P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q)$                             |
| 5、 $(\forall x) (G(x) \rightarrow F(x)) \rightarrow (\forall x) (F(x) \rightarrow G(x))$ | 14、10  |
| 或 $(\forall x) (G(x) \rightarrow F(x)) \rightarrow (\forall y) (F(y) \rightarrow G(y))$  | 15、既是单射又是满射  |
| 6、 $\wedge$  | 16、反自反性、反对称性和传递性   |
| 7、 $(\forall x) (H(x) \rightarrow N(x)) \rightarrow (\forall x) (N(x) \rightarrow H(x))$ | 17、 $P \rightarrow Q$  |
| 或 $(\forall x) (H(x) \rightarrow N(x)) \rightarrow (\forall y) (N(y) \rightarrow H(y))$  | 18、 $a_{ij}^{(k)}$   |
| 8、6  | 19、出度为 0 的结点   |
| 9、a  | 20、 $\{\{\square, \square\}, \square\}, \{\{\square, \square\}, \square\}$ |

三、简答题（4 小题，每小题 6 分，共 24 分）

- 1、解：  
1) 邻接矩阵为：



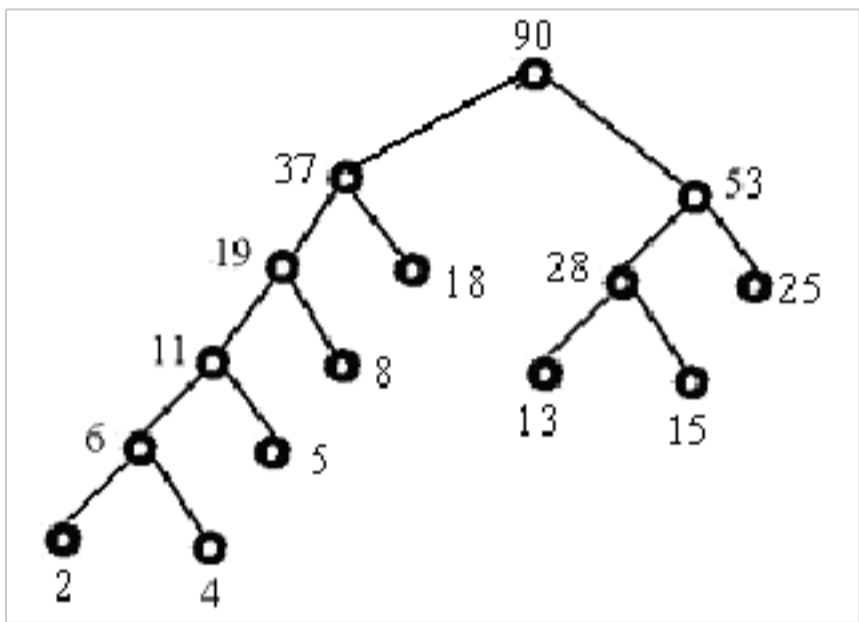
$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2 \text{分})$$

$$2) \quad A_2 = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad A_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad A_4 = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 3 & 3 \\ 3 & 2 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2 \text{分})$$

由  $v_1$  到  $v_4$  长度为 2 的路有 1 条, 由  $v_1$  到  $v_4$  长度为 4 的路有 3 条。(1分)

3)  $G = (V, E)$  的可达性矩阵为  $P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1 \text{分})$

2、

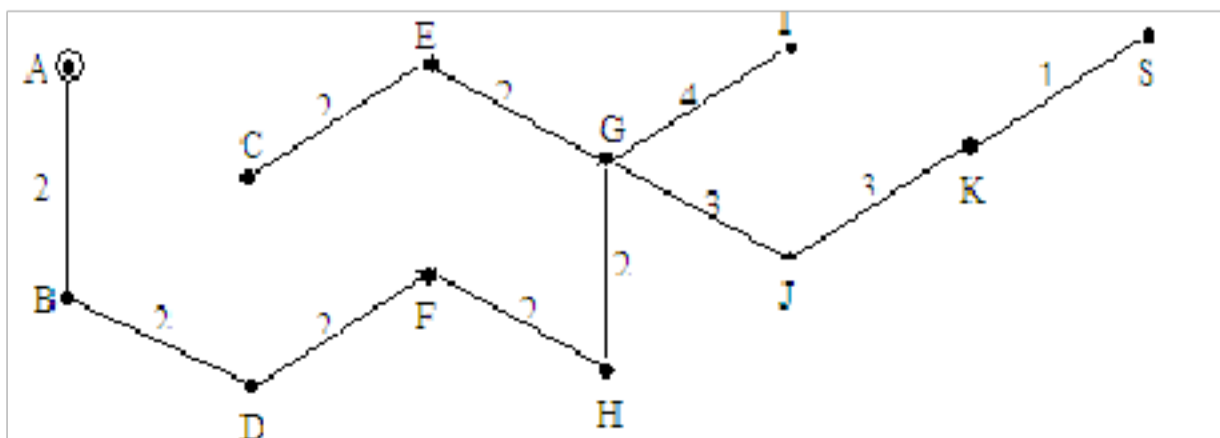


(根据树的完整程度酌情减分)

3、答:

| 子集      | 上确界 | 下确界 |
|---------|-----|-----|
| {a,b,c} | a   | d   |
| {c,d,e} | c   | 无   |
| A       | a   | 无   |

4、解: 该问题相当于求图的最小生成树问题, 此图的最小生成树为:



(4分)

因此如图铺设煤气管道所需费用最小，最小费用为：

$$(T) \quad 2+2+2+2+2+2+2+2+3+3+4+1=25 \text{ (万元)}. \quad (2 \text{分})$$

2 小题，每小题 8 分，共 16 分)

1、证明：①假设存在  $\langle m, n \rangle, \langle u, v \rangle$ ，使得  $f(\langle m, n \rangle) = f(\langle u, v \rangle)$ ，则

$$\frac{m+h}{2} = \frac{u+v}{2} \text{ 且 } \frac{m-h}{2} = \frac{u-v}{2}, \text{ 那么 } m=u \text{ 且 } n=v, \text{ 由此得 } \langle m, n \rangle = \langle u, v \rangle, \text{ 即 } f \text{ 是入射。}$$

(3 分)

②任取  $\langle u, v \rangle \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ ，均有  $\langle x, y \rangle \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ ，使得

$$f(\langle x, y \rangle) = \langle \frac{(u+v) + (u-v)}{2}, \frac{(u+v) - (u-v)}{2} \rangle \in \langle \langle u, v \rangle, \text{ 从而 } f \text{ 是满射。} (3 \text{分})$$

综合①②知  $f$  是双射。(2 分)

2、该命题符号化为： $\exists x(Q(x) \rightarrow R(x)) \rightarrow \exists x(Q(x) \rightarrow Z(x)) \rightarrow \exists x(R(x) \rightarrow Z(x))$  (2 分)

证：(1)  $\exists x(Q(x) \rightarrow Z(x))$  P (6)  $Z(a)$  T(2) I (1 分)

(2)  $Q(a) \rightarrow Z(a)$  ES (1) (1 分) (7)  $R(a)$  T(4),(5) I (1 分)

(3)  $\exists x(Q(x) \rightarrow R(x))$  P (8)  $R(a) \rightarrow Z(a)$  T(6),(7) I (1 分)

(4)  $Q(a) \rightarrow R(a)$  US (3) (1 分) (9)  $\exists x(R(x) \rightarrow Z(x))$  EG(8) (1 分)

(5)  $Q(a)$  T(2) I

一、单选题 (20 小题，每小题 2 分，共 40 分)

|    |  |
|----|--|
| 得分 |  |
|----|--|

1、下列等价式不成立的是 ( )。

A.  $\exists x \exists y F(x, y) \leftrightarrow \exists y \exists x F(x, y)$

B.  $\exists x \exists y F(x, y) \leftrightarrow \exists y \exists x F(x, y)$

C.  $\exists x \exists y F(x, y) \leftrightarrow \exists y \exists x F(x, y)$

D.  $\exists x(F(x) \rightarrow G) \leftrightarrow \exists x F(x) \rightarrow G$ .

2、令  $F(x)$ :  $x$  是金属,  $G(y)$ :  $y$  是液体,  $H(x, y)$ :  $x$  可以溶解在  $y$  中, 则命题 任何金属可以

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/047045013121006041>