

浙江省杭州市七县区 2024 届数学高三上期末复习检测模拟试题

注意事项:

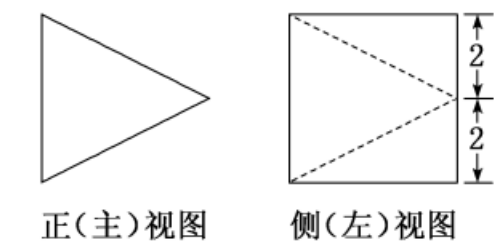
1. 答题前, 考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚, 将条形码准确粘贴在条形码区域内。
2. 答题时请按要求用笔。
3. 请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答, 超出答题区域书写的答案无效; 在草稿纸、试卷上答题无效。
4. 作图可先使用铅笔画出, 确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。
5. 保持卡面清洁, 不要折暴、不要弄破、弄皱, 不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 已知向量 $\vec{a} = (1, -2), \vec{b} = (3, -1)$, 则 ()

- A. $\vec{a} \parallel \vec{b}$ B. $\vec{a} \perp \vec{b}$ C. $\vec{a} \parallel (\vec{a} - \vec{b})$ D. $\vec{a} \perp (\vec{a} - \vec{b})$

2. 已知某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积是 ()

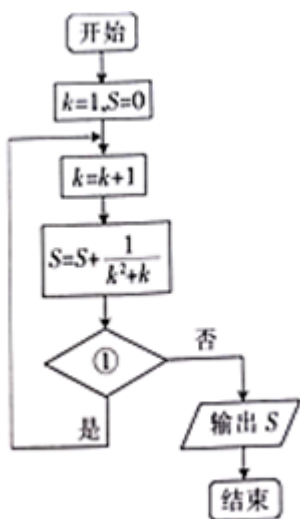


- A. $\frac{64}{3}$ B. 64 C. $\frac{32}{3}$ D. 32

3. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的渐近线方程为 $y = \pm \frac{3}{4}x$, 且其右焦点为 $(5, 0)$, 则双曲线 C 的方程为 ()

- A. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ B. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ C. $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{4} = 1$ D. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$

4. 执行如图所示的程序框图, 若输出的 $S = \frac{3}{10}$, 则①处应填写 ()



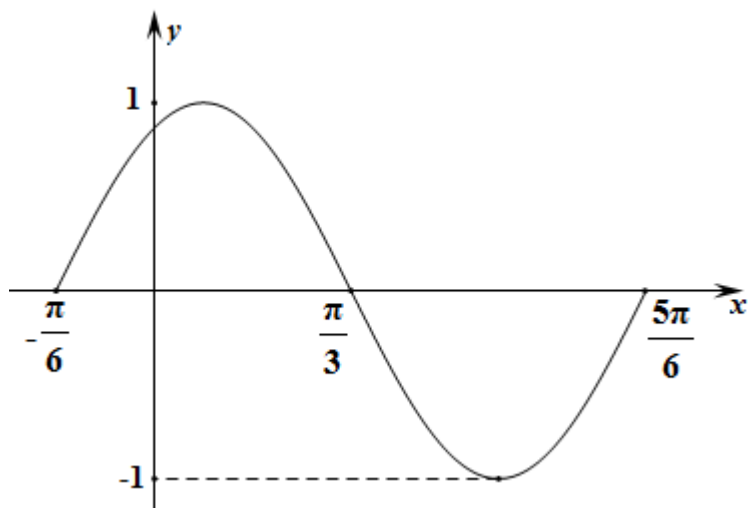
- A. $k < 3?$ B. $k \leq 3?$ C. $k \leq 5?$ D. $k < 5?$

5. 计算 $\log_2 \left(\sin \frac{\pi}{4} \cos \frac{5\pi}{3} \right)$ 等于()

- A. $-\frac{3}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $-\frac{2}{3}$ D. $\frac{2}{3}$

6. 如图是函数 $y = A \sin(\omega x + \phi)$ ($x \in \mathbb{R}, A > 0, \omega > 0, 0 < \phi < \frac{\pi}{2}$) 在区间 $\left[-\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right]$ 上的图象, 为了得到这个函数的

图象, 只需将 $y = \sin x (x \in \mathbb{R})$ 的图象上的所有的点()



- A. 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个长度单位, 再把所得各点的横坐标变为原来的 $\frac{1}{2}$, 纵坐标不变
- B. 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个长度单位, 再把所得各点的横坐标变为原来的 2 倍, 纵坐标不变
- C. 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个长度单位, 再把所得各点的横坐标变为原来的 $\frac{1}{2}$, 纵坐标不变
- D. 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个长度单位, 再把所得各点的横坐标变为原来的 2 倍, 纵坐标不变

7. 单位正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$, 黑、白两蚂蚁从点 A 出发沿棱向前爬行, 每走完一条棱称为“走完一段”. 白蚂蚁爬行的路线是 $AA_1 \rightarrow A_1D_1 \rightarrow \dots$, 黑蚂蚁爬行的路线是 $AB \rightarrow BB_1 \rightarrow \dots$, 它们都遵循如下规则: 所爬行的第 $i+2$ 段与第 i 段所在直线必须是异面直线 ($i \in \mathbb{N}^*$). 设白、黑蚂蚁都走完 2020 段后各自停止在正方体的某个顶点处, 这时黑、白两蚂蚁的距离是 ()

- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 0

8. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且满足 $2S_n = 2^{n+1} + \lambda$, 则 λ 的值是 ()

- A. 4 B. 2 C. -2 D. -4

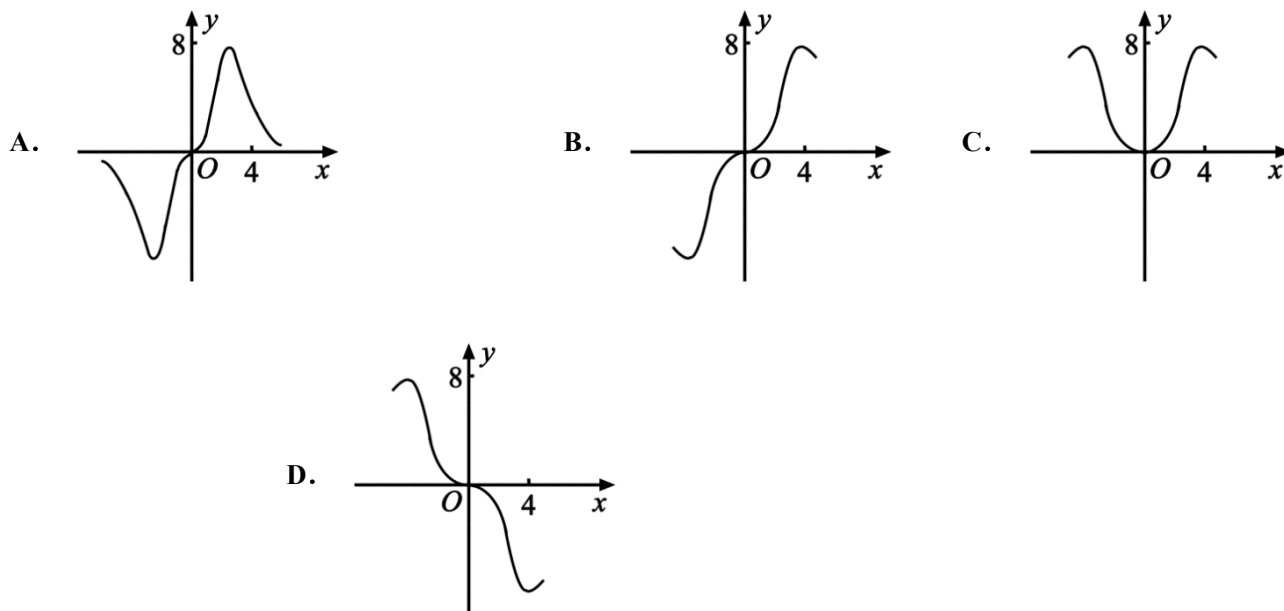
9. 若函数 $f(x) = \sin 2x$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度得到函数 $g(x)$ 的图象, 若函数 $g(x)$ 在区间 $[0, a]$ 上单调递增, 则 a 的最大值为 ().

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{5\pi}{12}$ D. $\frac{7\pi}{12}$

10. 设复数 z 满足 $z - iz = 2 + i$ (i 为虚数单位), 则 z 在复平面内对应的点位于 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

11. 函数 $y = \frac{2x^3}{2^x + 2^{-x}}$ 在 $[-6, 6]$ 的图像大致为



12. 将函数 $f(x) = \sin(2x - \frac{\pi}{3})$ ($x \in \mathbb{R}$) 的图象分别向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度与向左平移 n ($n > 0$) 个单位长度, 若所得到的两个图象重合, 则 n 的最小值为 ()

- A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{2\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. π

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 从甲、乙、丙、丁、戊五人中任选两名代表，甲被选中的概率为_____.

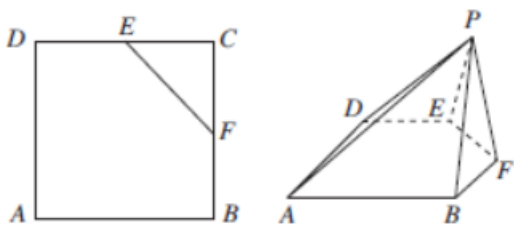
14. 设 $x \in \mathbf{R}$ ，则“ $x^3 > 8$ ”是“ $x > 2$ ”的_____条件.

15. 已知平面向量 \vec{a} 、 \vec{b} 的夹角为 $\frac{5\pi}{6}$ ，且 $|\vec{a} + \vec{b}| = 1$ ，则 $3\vec{a}^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b}$ 的最大值是_____.

16. $(3-x)^7$ 的展开式中， x^5 的系数是_____。（用数字填写答案）

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 如图，在棱长为 $2\sqrt{2}$ 的正方形 $ABCD$ 中， E ， F 分别为 CD ， BC 边上的中点，现以 EF 为折痕将点 C 旋转至点 P 的位置，使得 $P-EF-A$ 为直二面角。



(1) 证明： $EF \perp PA$ ；

(2) 求 PD 与面 ABF 所成角的正弦值.

18. (12 分) 已知函数 $f(x) = \ln x - x^2 + ax (a \in \mathbf{R})$.

(1) 若 $f(x) \leq 0$ 恒成立，求 a 的取值范围；

(2) 设函数 $f(x)$ 的极值点为 x_0 ，当 a 变化时，点 $(x_0, f(x_0))$ 构成曲线 M ，证明 过原点的任意直线 $y = kx$ 与曲线 M 有且仅有一个公共点.

19. (12 分) 已知集合 $A_n = \{1, 2, \dots, n\}$ ， $n \in \mathbf{N}^*$ ， $n \geq 2$ ，将 A_n 的所有子集任意排列，得到一个有序集合组

(M_1, M_2, \dots, M_m) ，其中 $m = 2^n$. 记集合 M_k 中元素的个数为 a_k ， $k \in \mathbf{N}^*$ ， $k \leq m$ ，规定空集中元素的个数为 0.

(1) 当 $n = 2$ 时，求 $a_1 + a_2 + \dots + a_m$ 的值；

(2) 利用数学归纳法证明：不论 $n (n \geq 2)$ 为何值，总存在有序集合组 (M_1, M_2, \dots, M_m) ，满足任意 $i \in \mathbf{N}^*$ ，

$i \leq m-1$ ，都有 $|a_i - a_{i+1}| = 1$.

20. (12 分) 已知函数 $f(x) = \tan x + a \sin 2x - 2x \left(0 \leq x < \frac{\pi}{2} \right)$.

(1) 若 $a = 0$ ，求函数 $f(x)$ 的单调区间；

(2) 若 $f(x) \geq 0$ 恒成立，求实数 a 的取值范围.

21. (12 分) 已知 $a \in \mathbf{R}$ ，函数 $f(x) = \ln(x+1) - x^2 + ax + 2$.

(1) 若函数 $f(x)$ 在 $[2, +\infty)$ 上为减函数, 求实数 a 的取值范围;

(2) 求证: 对 $(-1, +\infty)$ 上的任意两个实数 x_1, x_2 , 总有 $f\left(\frac{1}{3}x_1 + \frac{2}{3}x_2\right) \geq \frac{1}{3}f(x_1) + \frac{2}{3}f(x_2)$ 成立.

22. (10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

设函数 $f(x) = |2x + a| - |x - 2| (x \in R, a \in R)$.

(1) 当 $a = -1$ 时, 求不等式 $f(x) > 0$ 的解集;

(2) 若 $f(x) \geq -1$ 在 $x \in R$ 上恒成立, 求实数 a 的取值范围.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1、D

【解析】

由题意利用两个向量坐标形式的运算法则, 两个向量平行、垂直的性质, 得出结论.

【详解】

\therefore 向量 $\vec{a} = (1, -2)$, $\vec{b} = (3, -1)$, $\therefore \vec{a}$ 和 \vec{b} 的坐标对应不成比例, 故 \vec{a} 、 \vec{b} 不平行, 故排除 A;

显然, $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3 + 2 \neq 0$, 故 \vec{a} 、 \vec{b} 不垂直, 故排除 B;

$\therefore \vec{a} - \vec{b} = (-2, -1)$, 显然, \vec{a} 和 $\vec{a} - \vec{b}$ 的坐标对应不成比例, 故 \vec{a} 和 $\vec{a} - \vec{b}$ 不平行, 故排除 C;

$\therefore \vec{a} \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = -2 + 2 = 0$, 故 $\vec{a} \perp (\vec{a} - \vec{b})$, 故 D 正确,

故选: D.

【点睛】

本题主要考查两个向量坐标形式的运算, 两个向量平行、垂直的性质, 属于基础题.

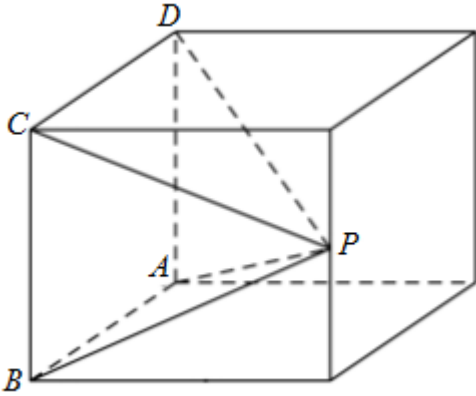
2、A

【解析】

根据三视图, 还原空间几何体, 即可得该几何体的体积.

【详解】

由该几何体的三视图，还原空间几何体如下图所示：



可知该几何体是底面在左侧的四棱锥，其底面是边长为 4 的正方形，高为 4，

$$\text{故 } V = \frac{1}{3} \times (4 \times 4) \times 4 = \frac{64}{3}.$$

故选：A

【点睛】

本题考查了三视图的简单应用，由三视图还原空间几何体，棱锥体积的求法，属于基础题.

3、B

【解析】

试题分析：由题意得 $\frac{b}{a} = \frac{3}{4}$ ， $c^2 = a^2 + b^2 = 25$ ，所以 $a = 4$ ， $b = 3$ ，所求双曲线方程为 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$.

考点：双曲线方程.

4、B

【解析】

模拟程序框图运行分析即得解.

【详解】

$$k=1, S=0; k=2, S=0 + \frac{1}{2^2+2} = \frac{1}{6};$$

$$k=3, S = \frac{1}{6} + \frac{1}{3^2+3} = \frac{1}{4}; k=4, S = \frac{1}{4} + \frac{1}{4^2+4} = \frac{3}{10}.$$

所以①处应填写“ $k, 3?$ ”

故选：B

【点睛】

本题主要考查程序框图，意在考查学生对这些知识的理解掌握水平.

5、A

【解析】

利用诱导公式、特殊角的三角函数值，结合对数运算，求得所求表达式的值.

【详解】

$$\text{原式} = \log_2 \left[\frac{\sqrt{2}}{2} \times \cos \left(2\pi - \frac{\pi}{3} \right) \right] = \log_2 \left[\frac{\sqrt{2}}{2} \times \cos \left(\frac{\pi}{3} \right) \right] = \log_2 \left[\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2} \right] = \log_2 2^{-\frac{3}{2}} = -\frac{3}{2}.$$

故选：A

【点睛】

本小题主要考查诱导公式，考查对数运算，属于基础题.

6、A

【解析】

由函数的最大值求出 A ，根据周期求出 ω ，由五点画法中的点坐标求出 ϕ ，进而求出 $y = A \sin(\omega x + \phi)$ 的解析式，与

$y = \sin x (x \in \mathbf{R})$ 对比结合坐标变换关系，即可求出结论.

【详解】

由图可知 $A = 1, T = \pi, \therefore \omega = 2,$

$$\text{又 } -\frac{\pi}{6} \omega + \phi = 2k\pi (k \in \mathbf{Z}), \therefore \phi = 2k\pi + \frac{\pi}{3} (k \in \mathbf{Z}),$$

$$\text{又 } 0 < \phi < \frac{\pi}{2}, \therefore \phi = \frac{\pi}{3}, \therefore y = \sin \left(2x + \frac{\pi}{3} \right),$$

\therefore 为了得到这个函数的图象，

只需将 $y = \sin x (x \in \mathbf{R})$ 的图象上的所有点向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个长度单位，

得到 $y = \sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right)$ 的图象，

再将 $y = \sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right)$ 的图象上各点的横坐标变为原来的 $\frac{1}{2}$ (纵坐标不变) 即可.

故选:A

【点睛】

本题考查函数的图象求解析式，考查函数图象间的变换关系，属于中档题.

7、B

【解析】

根据规则，观察黑蚂蚁与白蚂蚁经过几段后又回到起点，得到每爬 1 步回到起点，周期为 1. 计算黑蚂蚁爬完 2020 段

后实质是到达哪个点以及计算白蚂蚁爬完 2020 段后实质是到达哪个点，即可计算出它们的距离。

【详解】

由题意,白蚂蚁爬行路线为 $AA_1 \rightarrow A_1D_1 \rightarrow D_1C_1 \rightarrow C_1C \rightarrow CB \rightarrow BA$,

即过 1 段后又回到起点,

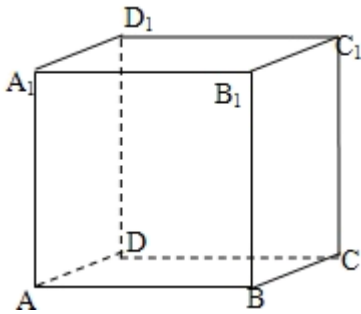
可以看作以 1 为周期,

由 $2020 \div 6 = 336L 4$,

白蚂蚁爬完 2020 段后到回到 C 点;

同理,黑蚂蚁爬行路线为 $AB \rightarrow BB_1 \rightarrow B_1C_1 \rightarrow C_1D_1 \rightarrow D_1D \rightarrow DA$,

黑蚂蚁爬完 2020 段后回到 D_1 点,



所以它们此时的距离为 $\sqrt{2}$.

故选 B.

【点睛】

本题考查多面体和旋转体表面上的最短距离问题,考查空间想象与推理能力,属于中等题.

8、C

【解析】

利用 S_n 先求出 a_n , 然后计算出结果.

【详解】

根据题意, 当 $n=1$ 时, $2S_1 = 2a_1 = 4 + \lambda, \therefore a_1 = \frac{4 + \lambda}{2}$,

故当 $n \geq 2$ 时, $a_n = S_n - S_{n-1} = 2^{n-1}$,

Q 数列 $\{a_n\}$ 是等比数列,

则 $a_1 = 1$, 故 $\frac{4 + \lambda}{2} = 1$,

解得 $\lambda = -2$,

故选 C.

【点睛】

本题主要考查了等比数列前 n 项和 S_n 的表达形式，只要求出数列中的项即可得到结果，较为基础。

9、C

【解析】

由题意利用函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图象变换规律，正弦函数的单调性，求出 a 的最大值。

【详解】

解：把函数 $f(x) = \sin 2x$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度得到函数 $g(x) = \sin(2x - \frac{\pi}{3})$ 的图象，

若函数 $g(x)$ 在区间 $[0, a]$ 上单调递增，

在区间 $[0, a]$ 上， $2x - \frac{\pi}{3} \in [-\frac{\pi}{3}, 2a - \frac{\pi}{3}]$ ，

则当 a 最大时， $2a - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2}$ ，求得 $a = \frac{5\pi}{12}$ ，

故选：C。

【点睛】

本题主要考查函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图象变换规律，正弦函数的单调性，属于基础题。

10、A

【解析】

由复数的除法运算可整理得到 z ，由此得到对应的点的坐标，从而确定所处象限。

【详解】

由 $z - iz = 2 + i$ 得：
$$z = \frac{2+i}{1-i} = \frac{(2+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{1+3i}{2} = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}i,$$

$\therefore z$ 对应的点的坐标为 $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$ ，位于第一象限。

故选：A。

【点睛】

本题考查复数对应的点所在象限的求解，涉及到复数的除法运算，属于基础题。

11、B

【解析】

由分子、分母的奇偶性，易于确定函数为奇函数，由 $f(4)$ 的近似值即可得出结果。

【详解】

设 $y = f(x) = \frac{2x^3}{2^x + 2^{-x}}$ ，则 $f(-x) = \frac{2(-x)^3}{2^{-x} + 2^x} = -\frac{2x^3}{2^x + 2^{-x}} = -f(x)$ ，所以 $f(x)$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/038122027071006051>