

2023 年江苏省常州外国语学校中考数学一模试卷

一、选提题（本大题共 8 小题，每小题 2 分，共 16 分。在每小题所给出的四个选项中，只

1. -7 的倒数是（ ）

- A. $-\frac{1}{7}$ B. 7 C. $\frac{1}{7}$ D. -7

2. 若二次根式 $\sqrt{x-3}$ 有意义，则实数 x 的取值范围是（ ）

- A. $x \neq 3$ B. $x \geq 3$ C. $x \leq 3$ D. $x = 3$

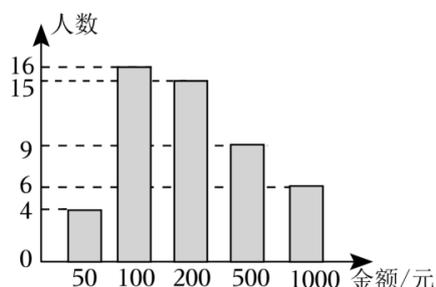
3. 根据世卫组织实时统计数据，截至欧洲中部时间 6 月 28 日 18 时 30 分全球新冠肺炎确诊病例超 54218 万例，其中 54218 万例用科学记数法表示是（ ）例。

- A. 5.4218×10^8 B. 5.4218×10^7
C. 54.218×10^7 D. 54.218×10^8

4. 下列运算正确的是（ ）

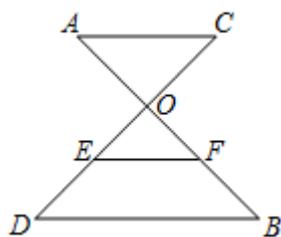
- A. $a^2 + a^3 = a^5$ B. $-6a^2 \div 3a = -2a$
C. $(-3pq)^2 = -6p^2q^2$ D. $(b-a)^2 = b^2 - a^2$

5. “春蕾计划”是在全国妇联领导下，中国儿童少年基金会发起的一项社会公益活动，旨在帮助困境女童顺利完成学业。某中学广大教师为此积极捐款献爱心，该校 50 名教师的捐款情况统计如图所示，则他们捐款金额的众数和中位数分别是（ ）



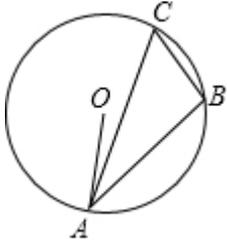
- A. 200 元，100 元 B. 100 元，200 元
C. 200 元，150 元 D. 100 元，150 元

6. 如图， AB 、 CD 相交于点 O ， $OC=2$ ， $OD=3$ ， $AC \parallel BD$ ， EF 是 $\triangle ODB$ 的中位线，且 $EF=2$ ，则 AC 的长为（ ）



- A. $\frac{8}{3}$ B. $\frac{7}{3}$ C. 2 D. $\frac{5}{3}$

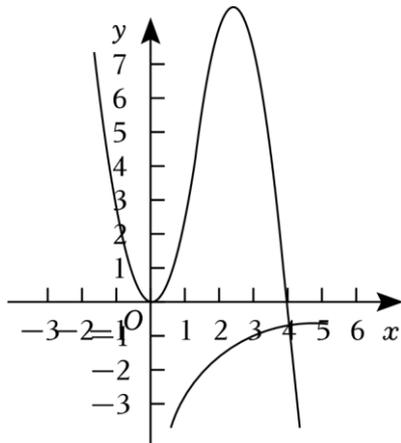
7. 如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, 若 $\angle OAB=35^\circ$, 则 $\angle C$ 的度数是 ()



- A. 35° B. 45° C. 65° D. 55°

8. 函数 $y = -x^2(x-4)$ 和 $y = \frac{k}{x}(x>0)$ 的图象如图所示. 若 $x=a$, $x=b$ 分别为方程 $-x^2(x-4) = -1$ 和

$\frac{k}{x} = -1$ 的一个解, 则根据图象可知 a 、 b 的大小关系为 ()



- A. $a \geq b$ B. $a \leq b$ C. $a > b$ D. $a < b$

二、填空题 (本大题共 10 小题, 每小题 2 分, 共 20 分. 不需写出解答过程, 请把答案直接填写在答题卡相应位置上)

9. $\sqrt[3]{-27} =$ _____.

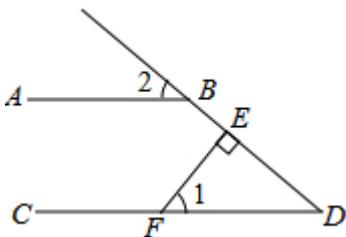
10. 计算: $(a+b)^2 - 2ab =$ _____.

11. 分解因式: $2x^2 - 8x =$ _____.

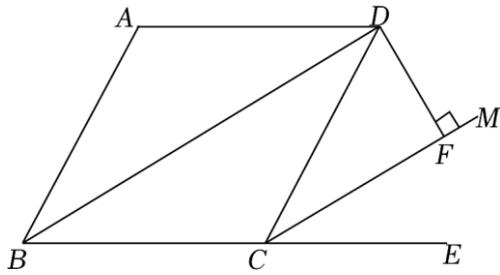
12. 点 $(4, 2)$ 关于 y 轴的对称点的坐标为 _____.

13. 已知扇形的圆心角为 80° , 半径为 3cm , 则这个扇形的面积是 _____ cm^2 .

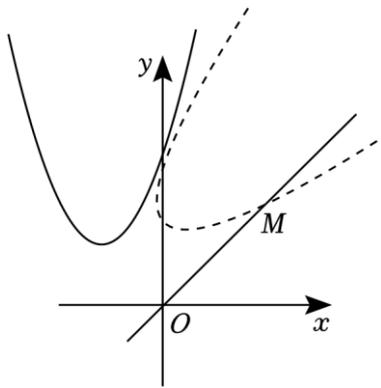
14. 如图, $AB \parallel CD$, $EF \perp DB$, 垂足为点 E , $\angle 1 = 50^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数是 _____.



15. 如图, 四边形 $ABCD$ 是菱形, $\angle ABC=60^\circ$, 延长 BC 到点 E , CM 平分 $\angle DCE$, 过点 D 作 $DF \perp CM$, 垂足为 F . 若 $DF=1$, 则对角线 BD 的长是 _____.



16. 对于平面直角坐标系 xOy 中的点 $M(a, b)$, 若 N 的坐标为 $(ka, b+k)$, 其中 k 为常数, 且 $k \neq 0$, 则 M, N 互为“ k 系关联点”, 比如: $M(2, 3)$ 的“2系关联点”为 $N(2 \times 2, 3+2)$, 即: $N(4, 5)$. 若点 $P(m, -2)$ 的“-1系关联点”为 $Q(x, y)$, 且满足 $x+y = -9$, 则 m 的值为_____.
17. 在锐角 $\triangle ABC$ 中, $\sin A = \frac{3\sqrt{10}}{10}$, $\cos B = \frac{4}{5}$, 若 $AB = 15$, 则 $AC =$ _____.
18. 如图, 将抛物线 $y = 2(x+1)^2 + 1$ 绕原点 O 顺时针旋转 45° 得到新曲线, 新曲线与直线 $y = x$ 交于点 M , 则点 M 的坐标为_____.



三、解答题 (本大题共 10 小题, 共 84 分, 请在答题卡指定区域内作答, 如无特殊说明, 解答应写出文字说明、演算步骤或推理过程)

19. (6分) 计算: $\sqrt{4} - |-\frac{1}{4}| + (\sqrt{3} - 2)^0 + 2^{-2}$.

20. (8分) (1) 解方程: $\frac{3-x}{x-4} + \frac{1}{4-x} = 1$;

(2) 解不等式组: $\begin{cases} 3x < 5x + 6 \\ \frac{x+1}{6} \geq x - 1 \end{cases}$.

21. (8分) 为倡导绿色健康节约的生活方式, 某社区开展“垃圾分类, 从我做起”的活动, 志愿者随机抽取了社区内 50 名居民, 对其 3 月份垃圾分类投放次数进行了调查, 并对数据进行了统计整理, 以下是部分数据和不完整的统计图表:

信息 1: 垃圾分类投放次数分布表信息

组别	投放次数	频数
A	$0 \leq x < 5$	a

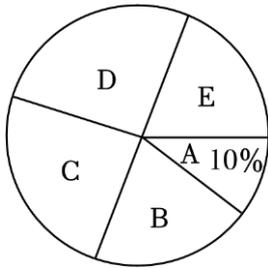
B	$5 \leq x < 10$	10
C	$10 \leq x < 15$	c
D	$15 \leq x < 20$	14
F	$x \geq 20$	e
合计		50

信息 2: 垃圾分类投放次数占比统计图

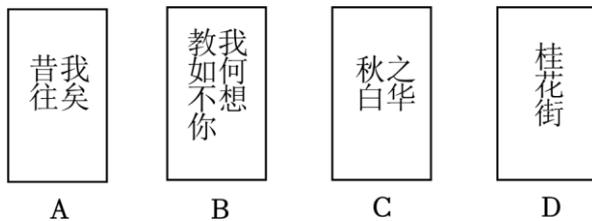
信息 3: C 组包含的数据: 12, 12, 10, 12, 13, 10, 11, 13, 12, 11, 13.

请结合以上信息完成下列问题:

- (1) 统计表中的 $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $e = \underline{\hspace{2cm}}$.
- (2) 统计图中 B 组对应扇形的圆心角为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 度;
- (3) 根据调查结果, 请你估计该社区 2000 名居民中 3 月份垃圾分类投放次数不少于 15 次的人数.



22. (8 分) 近年来, 常州的文艺创作迎来井喷状态, 被誉为舞台艺术“常州现象”. 如音乐类: 《昔我往矣》、《教我如何不想你》; 电影类: 《秋之白华》、《桂花街》等精品佳作, 处处彰显着常州文化的韵味. 现有四张不透明的卡片, 它们的背面完全一样, 正面分别写有: 昔我往矣、教我如何不想你、秋之白华、桂花街, 将四张卡片背面朝上, 洗匀后放在桌子上.

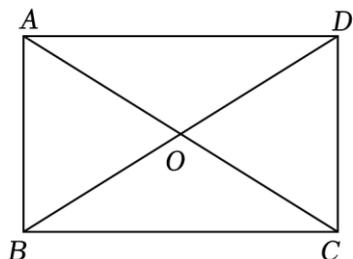


- (1) 从中随机抽取一张, 抽到“秋之白华”的概率为 $\underline{\hspace{2cm}}$;
- (2) 从中随机抽取一张 (不放回), 接着再随机抽取一张. 请通过画树状图或列表的方法, 求抽到的两张卡片所写的都属于音乐类作品的概率.

23. (8 分) 如图, 四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC , BD 相交于点 O , $AO = OC$, $BO = OD$, 且 $\angle AOB = 2\angle OAD$.

- (1) 求证: 四边形 $ABCD$ 是矩形;

(2) 若 $\angle AOB : \angle ODC = 6 : 7$, 求 $\angle ADO$ 的度数.



24. (8分) 已知购买 1 千克甲种水果和 3 千克乙种水果共需 52 元, 购买 2 千克甲种水果和 1 千克乙种水果共需 44 元.

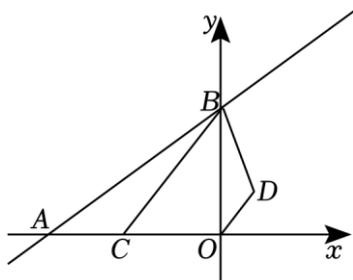
(1) 求每千克甲种水果和每千克乙种水果的售价;

(2) 如果购买甲、乙两种水果共 20 千克, 且甲种水果的重量不少于乙种水果的重量. 则购买多少千克甲种水果, 总费用最少, 最少总费用是多少?

25. (8分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 函数 $y = \frac{3}{4}x + 3$ 与 x 轴交于点 A , 与 y 轴交于点 B . 点 C 为线段 AO 上的一个动点 (点 C 不与 A 、 O 重合), 点 D 为第一象限内一点, 且同时满足 $\angle DBC = \angle OBA$, $BD : BC = 3 : 5$.

(1) 求点 A 、点 B 的坐标;

(2) 是否存在满足条件的点 D 在函数 $y = \frac{3}{4}x (x > 0)$ 的图象上? 若存在, 请求出点 D 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



26. (10分) 操作: 我们知道等腰三角形是轴对称图形, 至少有一条对称轴. 如图, 在等腰 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC \neq BC$, 用尺规在图 3 中作出 $\triangle ABC$ 的对称轴 (方法与图 1、图 2 不同, 保留作图痕迹, 不写作法).

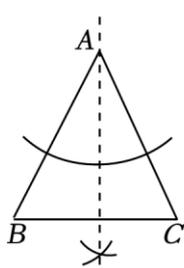


图1

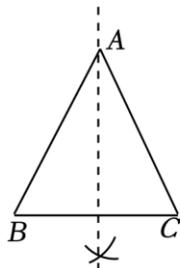


图2

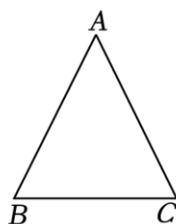


图3

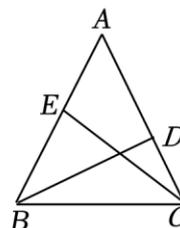


图4

探究 1: 如图 4, 在等腰 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 8$, $BD \perp AC$ 于点 D , $BD = 4\sqrt{2}$, 点 E 为边 AB 上一点,

$BE = 10 - 4\sqrt{2}$, 求 CE 的长.

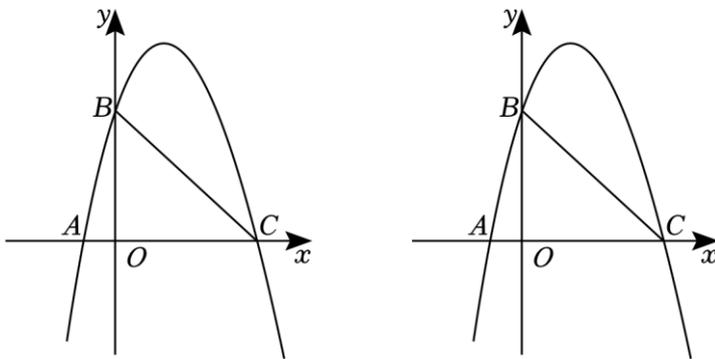
探究 2: 在等腰 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC=8$, 点 D , 点 E 分别为边 AC 、 AB 上一点, $BD=CE$, 若 $CD=1$, $BE=3$, 求 CE 的长.

27. (10 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y=ax^2+bx+4$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于 $A(-1, 0)$ 、 $C(4, 0)$ 两点, 与 y 轴交于点 B .

(1) 求该抛物线的解析式以及顶点坐标;

(2) 若点 D 是抛物线上的一个动点, 满足 $\triangle ABD$ 与 $\triangle BCD$ 的面积相等. 求出点 D 的坐标;

(3) 若点 E 在第一象限内抛物线上, 过点 E 作 $EF \perp x$ 轴于点 F , 交 BC 于点 P , 且满足 $\triangle BFP$ 与 $\triangle CEP$ 相似, 求出点 E 的横坐标.



(备用图)

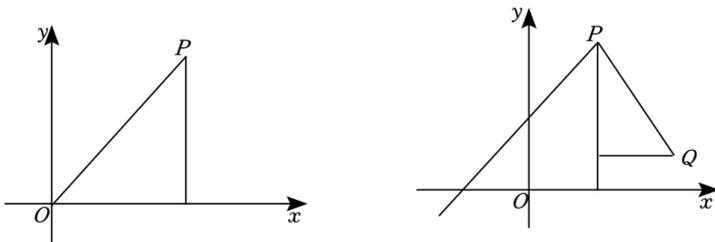
28. (10 分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 有不重合的两个点 $P(x_1, y_1)$ 与 $Q(x_2, y_2)$, 若 P, Q 为某个直角三角形的两个锐角顶点, 且该直角三角形的直角边均与 x 轴或 y 轴平行 (或重合), 则我们将该直角三角形的两条直角边的边长之和称为点 P 与点 Q 之间的“折距”, 记作 L_{PQ} 或 L_{QP} . 特别地, 当 PQ 与某条坐标轴平行 (或重合) 时, 线段 PQ 的长即是点 P 与点 Q 之间的“折距”. 例如, 如图, 点 $P(2, 4)$, 点 $Q(4, 1)$, 此时 $L_{PQ}=5$, 已知 O 为坐标原点, 解答下列问题:

(1) ①若点 $P(3, 2)$, 则 $L_{OP} =$ _____;

②若点 Q 是以 O 为圆心, 2 为半径的 $\odot O$ 上任意一点, 则 L_{OQ} 的最大值是 _____;

(2) 若一次函数 $y=x+2$ 的图象分别交 x 轴、 y 轴于点 A, B , 点 P 是线段 AB 上一点, 求 L_{OP} 的值;

(3) 已知点 $M(2, 1)$, 若 r 为半径的 $\odot O$ 上有且只有两个点到点 M 的折距为 3, 直接写出 r 的取值范围.



2023 年江苏省常州外国语学校中考数学一模试卷

参考答案与试题解析

一、选提题（本大题共 8 小题，每小题 2 分，共 16 分。在每小题所给出的四个选项中，只

1. -7 的倒数是（ ）

- A. $-\frac{1}{7}$ B. 7 C. $\frac{1}{7}$ D. -7

解：设 -7 的倒数是 x ，则 $-7x=1$ ，解得 $x=-\frac{1}{7}$ 。

故选：A。

2. 若二次根式 $\sqrt{x-3}$ 有意义，则实数 x 的取值范围是（ ）

- A. $x \neq 3$ B. $x \geq 3$ C. $x \leq 3$ D. $x = 3$

解：由题意可知： $x-3 \geq 0$ ， $\therefore x \geq 3$ 。

故选：B。

3. 根据世卫组织实时统计数据，截至欧洲中部时间 6 月 28 日 18 时 30 分全球新冠肺炎确诊病例超 54218 万例，其中 54218 万例用科学记数法表示是（ ）例。

- A. 5.4218×10^8 B. 5.4218×10^7
C. 54.218×10^7 D. 54.218×10^8

解：54218 万 = 542180000 = 5.4218×10^8 。

故选：A。

4. 下列运算正确的是（ ）

- A. $a^2+a^3=a^5$ B. $-6a^2 \div 3a = -2a$
C. $(-3pq)^2 = -6p^2q^2$ D. $(b-a)^2 = b^2 - a^2$

解： a^2 与 a^3 不是同类项，不能合并，故 A 错误，不符合题意；

$-6a^2 \div 3a = -2a$ ，故 B 正确，符合题意；

$(-3pq)^2 = 9p^2q^2$ ，故 C 错误，不符合题意；

$(b-a)^2 = b^2 - 2ab + a^2$ ，故 D 错误，不符合题意；

故选：B。

5. “春蕾计划”是在全国妇联领导下，中国儿童少年基金会发起的一项社会公益活动，旨在帮助困境女童顺利完成学业。某中学广大教师为此积极捐款献爱心，该校 50 名教师的捐款情况统计如图所示，则他们捐款金额的众数和中位数分别是（ ）

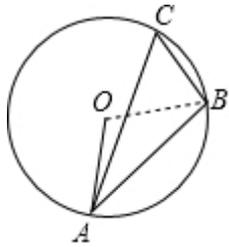
$\because OA=OB,$

$\therefore \angle OAB=\angle OBA=35^\circ ,$

$\therefore \angle AOB=180^\circ - 35^\circ - 35^\circ =110^\circ ,$

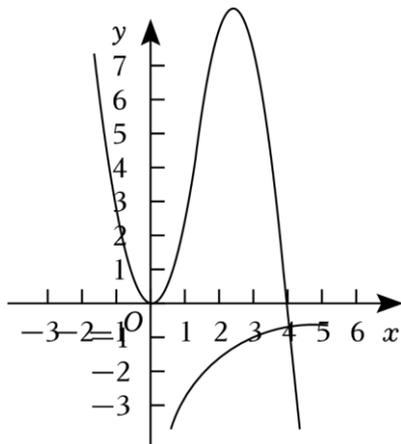
$\therefore \angle C=\frac{1}{2}\angle AOB=55^\circ .$

故选: D.



8. 函数 $y = -x^2(x-4)$ 和 $y = \frac{k}{x}(x>0)$ 的图象如图所示. 若 $x=a$, $x=b$ 分别为方程 $-x^2(x-4) = -1$ 和

$\frac{k}{x} = -1$ 的一个解, 则根据图象可知 a 、 b 的大小关系为 ()



A. $a \geq b$

B. $a \leq b$

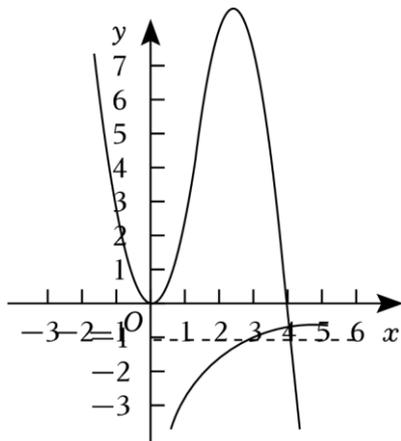
C. $a > b$

D. $a < b$

解: \because 方程 $-x^2(x-4) = -1$ 的解为函数 $y = -x^2(x-4)$ 图象与直线 $y = -1$ 的交点的横坐标,

$\frac{k}{x} = -1$ 的一个解为函数 $y = \frac{k}{x}(x>0)$ 的图象与直线 $y = -1$ 交点的横坐标,

如图所示:



由图象可知： $a > b$.

故选：C.

二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分.不需写出解答过程，请把答案直接填写在答题卡相应位置上）

9. $\sqrt[3]{-27} = \underline{-3}$.

解： $\because (-3)^3 = -27$,

$\therefore \sqrt[3]{-27} = -3$.

10. 计算： $(a+b)^2 - 2ab = \underline{a^2+b^2}$.

解： $(a+b)^2 - 2ab = a^2 + 2ab + b^2 - 2ab = a^2 + b^2$.

故答案为： $a^2 + b^2$.

11. 分解因式： $2x^2 - 8x = \underline{2x(x-4)}$.

解：原式 $= 2x(x-4)$.

故答案为： $2x(x-4)$.

12. 点 $(4, 2)$ 关于 y 轴的对称点的坐标为 $\underline{(-4, 2)}$.

解：点 $(4, 2)$ 关于 y 轴的对称点的坐标为 $(-4, 2)$,

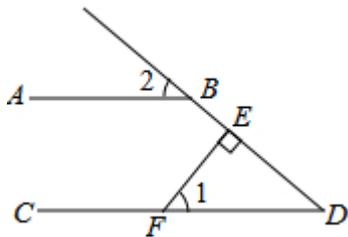
故答案为： $(-4, 2)$.

13. 已知扇形的圆心角为 80° ，半径为 3cm ，则这个扇形的面积是 $\underline{2\pi}\text{cm}^2$.

解：扇形的面积 $= \frac{80\pi \times 3^2}{360} = 2\pi\text{cm}^2$.

故答案为： 2π .

14. 如图， $AB \parallel CD$ ， $EF \perp DB$ ，垂足为点 E ， $\angle 1 = 50^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数是 $\underline{40^\circ}$.



解：在 $\triangle DEF$ 中， $\angle 1 = 50^\circ$ ， $\angle DEF = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle D = 180^\circ - \angle DEF - \angle 1 = 40^\circ$.

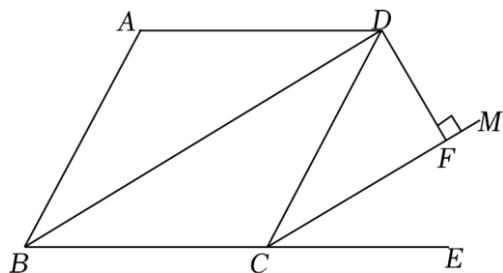
$\because AB \parallel CD$,

$\therefore \angle 2 = \angle D = 40^\circ$.

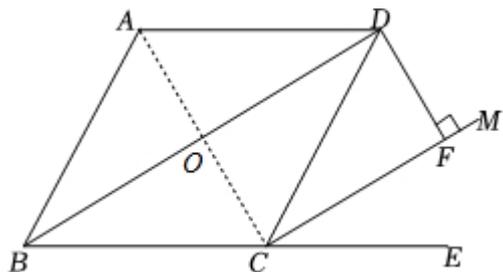
故答案为： 40° .

15. 如图，四边形 $ABCD$ 是菱形， $\angle ABC = 60^\circ$ ，延长 BC 到点 E ， CM 平分 $\angle DCE$ ，过点 D 作 $DF \perp CM$ ，

垂足为 F 。若 $DF=1$ ，则对角线 BD 的长是 $2\sqrt{3}$ 。



解：连接 AC 交 BD 于点 O ，



\because 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore AB=BC$ ， $\angle CBO=\angle ABO$ ， $OB=OD$ ， $AC\perp BD$ ，

$\because \angle ABC=60^\circ$ ，

$\therefore \angle OBC=30^\circ$ ， $\angle BCD=120^\circ$ ，

$\therefore \angle DCE=60^\circ$ ，

$\because CM$ 平分 $\angle DCE$ ，

$\therefore \angle DCF=\angle ECF=30^\circ$ ，

$\because DF=1$ ，

$\therefore DC=2DF=2$ ，

$\therefore OC=\frac{1}{2}CD=1$ ，

$\therefore OD=\sqrt{CD^2-OC^2}=\sqrt{3}$ ，

$\therefore BD=2OD=2\sqrt{3}$ 。

故答案为： $2\sqrt{3}$ 。

16. 对于平面直角坐标系 xOy 中的点 $M(a, b)$ ，若 N 的坐标为 $(ka, b+k)$ ，其中 k 为常数，且 $k\neq 0$ ，则 M 、 N 互为“ k 系关联点”，比如： $M(2, 3)$ 的“2系关联点”为 $N(2\times 2, 3+2)$ ，即： $N(4, 5)$ 。若点 $P(m, -2)$ 的“-1系关联点”为 $Q(x, y)$ ，且满足 $x+y=-9$ ，则 m 的值为 6。

解： \because 点 $P(m, -2)$ 的“-1系关联点”为 $Q(x, y)$ ，

$\therefore x=m\times(-1)$ ， $y=-2+(-1)$ ，

$\therefore x=-m$ ， $y=-3$ ，

又 $\because x+y = -9$,

$\therefore -m + (-3) = -9$,

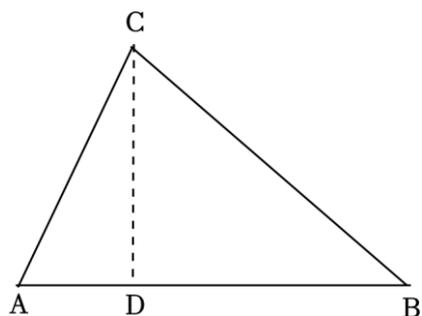
$\therefore m = 6$,

即 m 的值是 6.

故答案为: 6.

17. 在锐角 $\triangle ABC$ 中, $\sin A = \frac{3\sqrt{10}}{10}$, $\cos B = \frac{4}{5}$, 若 $AB = 15$, 则 $AC = \underline{3\sqrt{10}}$.

解: 过点 C 作 $CD \perp AB$ 垂足为 D ,



$\because \cos B = \frac{BD}{BC} = \frac{4}{5}$, \therefore 设 $BD = 4k$, $BC = 5k$,

在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中, 由勾股定理得: $CD^2 = (5k)^2 - (4k)^2$,

$\therefore CD = 3k$,

$\because \sin A = \frac{CD}{AC} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$, $\therefore AC = \sqrt{10}k$,

由勾股定理得: $AD = k$,

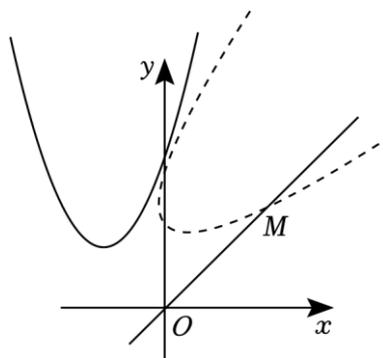
$\therefore AB = k + 4k = 5k = 15$, $\therefore k = 3$,

$\therefore AC = 3\sqrt{10}$.

故答案为: $3\sqrt{10}$.

18. 如图, 将抛物线 $y = 2(x+1)^2 + 1$ 绕原点 O 顺时针旋转 45° 得到新曲线, 新曲线与直线 $y = x$ 交于点

M , 则点 M 的坐标为 $\underline{\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}, \frac{3\sqrt{2}}{2}\right)}$.



解: 直线 $y = x$ 绕原点 O 逆时针旋转 45° 得到 $x = 0$,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/028135001125006045>