云南省昭通市实验中学 2024 年高三数学第一学期期末质量跟踪监视模拟试题

考生须知：

1．全卷分选择题和非选择题两部分，全部在答题纸上作答。选择题必须用 2B 铅笔填涂；非选择题的答案必须用黑色字迹的钢笔或答字笔写在“答题纸”相应位置上。

2．请用黑色字迹的钢笔或答字笔在“答题纸”上先填写姓名和准考证号。

3．保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，在草稿纸、试题卷上答题无效。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．设等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，若$S_2=3$，$S_4=10$，则$S_6=$（　　）

A． 21　　**B．** 22　　**C．** 11　　**D．** 12

2．“$b=2$”是“函数$f(x)=(2b^2-3b-1)x^{\alpha}$（$\alpha$为常数）为幂函数”的（　　）

A． 充分不必要条件　　**B．** 必要不充分条件

C． 充要条件　　**D．** 既不充分又不必要条件

3．若复数$z=\dfrac{1-bi}{2+i}$（$b\in R,i$为虚数单位）的实部与虚部相等，则b的值为(　　)

A． 3　　**B．** ± 3　　**C．** -3　　**D．** $\pm\sqrt{3}$

4．已知平面α和直线 ***a***，***b***，则下列命题正确的是（　　）

A． 若$a\parallel b$，$b\parallel\alpha$，则$a\parallel\alpha$　　**B．** 若$\vec{a}\perp\vec{b}$，$b\perp\alpha$，则$a\parallel\alpha$

C． 若$a\parallel b$，$b\perp\alpha$，则$a\perp\alpha$　　**D．** 若$\vec{a}\perp\vec{b}$，$b\parallel\alpha$，则$a\perp\alpha$

5．已知抛物线$C:y^2=4x$和点$D(2,0)$，直线$x=ty-2$与抛物线C交于不同两点A，B，直线BD与抛物线C交于另一点E．给出以下判断：

①以BE为直径的圆与抛物线准线相离；

②直线OB与直线OE的斜率乘积为-2；

③设过点A，B，E的圆的圆心坐标为(a,b)，半径为r，则$a^2-r^2=4$．

其中，所有正确判断的序号是（　　）

A． ①②　　**B．** ①③　　**C．** ②③　　**D．** ①②③

6．已知双曲线$E:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别为$F_1$，$F_2$，***P*** 是双曲线 ***E*** 上的一点，且$|PF_2|=2|PF_1|$．若直线PF_2与双曲线 ***E*** 的渐近线交于点 ***M***，且 ***M*** 为PF_2的中点，则双曲线 ***E*** 的渐近线方程为(　　)

A． $y=\pm\frac{1}{3}x$　　**B．** $y=\pm\frac{1}{2}x$　　**C．** $y=\pm 2x$　　**D．** $y=\pm 3x$

7．已知函数 $f(x)=\begin{cases}\ln(x+1),x>0\\ \frac{1}{2}x+1,x\le 0\end{cases}$ ，若 $m<n$,且 $f(m)=f(n)$，则 $n-m$ 的取值范围为（　　）

A． $[3-2\ln 2,2)$　　**B．** $[3-2\ln 2,2]$　　**C．** $[e-1,2)$　　**D．** $[e-1,2]$

8．已知等差数列{a_n}，则"a_2＞a_1"是"数列{a_n}为单调递增数列"的（ ）

A． 充分而不必要条件

B． 必要而不充分条件

C． 充分必要条件

D． 既不充分也不必要条件

9．已知函数 $y=\begin{cases}\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right),x\in\left[2k\pi-\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{\pi}{2}\right)(k\in z),\\ -\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right),x\in\left[2k\pi+\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{3\pi}{2}\right)(k\in z),\end{cases}$ 的图象与直线 $y=m(x+2)(m>0)$ 恰有四个公共点 $A\left(x_1,y_1\right),B\left(x_1,y_2\right),C.\left(x_3,y_3\right),D\left(x_4,y_4\right)$，其中 $x_1<x_2<x_3<x_4$，则 $\left(x_4+2\right)\tan x_4=$（　　）

A． -1　　**B．** 0　　**C．** 1　　**D．** $\frac{\sqrt{2}}{2}+2$

10．设 $f\left(x\right)=\left|\ln x\right|$，若函数 $g\left(x\right)=f\left(x\right)-ax$ 在区间 $\left(0,e^2\right)$ 上有三个零点，则实数 a 的取值范围是(　　)

A． $\left(0,\frac{1}{\mathrm{e}}\right)$　　**B．** $\left(\frac{1}{e^2},\frac{1}{e}\right)$　　**C．** $\left(\frac{2}{e^2},\frac{2}{e}\right)$　　**D．** $\left(\frac{2}{e^2},\frac{1}{e}\right)$

11．复数 $\frac{1}{i}+i=$（　　）

A． $-2i$ **B．** $\frac{1}{2}i$ **C．** 0　**D．** $2i$

12．已知复数 z 满足 $i\cdot z=3+2i$（i 是虚数单位），则 $\overline{z}=$（　　）

A． $2+3i$　　**B．** $2-3i$　　**C．** $-2+3i$　　**D．** $-2-3i$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．直线 l 是圆 C_1：$(x+1)^2+y^2=1$ 与圆 C_2：$(x+4)^2+y^2=4$ 的公切线，并且 l 分别与 x 轴正半轴，y 轴正半轴相交于 A，B 两点，则 ΔAOB 的面积为________

14．已知 $(2x-1)^7=a_0+a_1x+a_2x^2+\ldots+a_7x^7$，则 $a_2=$____.

15．已知双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$b>a>0$）的左、右焦点为 F_1，F_2，$P\left(2,\sqrt{2}\right)$ 为双曲线 C 上一点，且

$\dfrac{|PF_1|}{|PF_2|}=3$，若线段 PF_1 与双曲线 **C** 交于另一点 **A**，则 ΔPAF_2 的面积为______.

16．已知 $\vec{a}=(1,3)$，$\vec{b}=(-2,1)$，求 $\left(2\vec{a}+\vec{b}\right)\cdot\vec{a}=$___________.

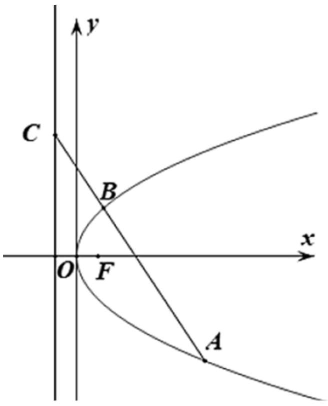
三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．(12 分)在直角坐标系 xOy 中，已知曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=\cos\alpha,\\ y=3\sin\alpha\end{cases}$（$\alpha$ 为参数），以坐标原点为极点，x 轴的正半轴为极轴，建立极坐标系，直线 l 的极坐标方程为 $\rho\sin\theta+\rho\cos\theta=6$.

（1）求曲线 C 的普通方程和直线 l 的直角坐标方程；

（2）若射线 m 的极坐标方程为 $\theta=\dfrac{\pi}{3}$（$\rho\geq 0$）.设 m 与 C 相交于点 M，m 与 l 相交于点 N，求 $|MN|$.

18．(12 分)已知抛物线 $G:y^2=2px$，焦点为 F，直线 l 交抛物线 G 于 A,B 两点，交抛物线 G 的准线于点 C，如图所示，当直线 l 经过焦点 F 时，点 F 恰好是 AC 的中点，且 $|BC|=\dfrac{8}{3}$.



（1）求抛物线 G 的方程；

（2）点 O 是原点，设直线 OA,OB 的斜率分别是 k_1,k_2，当直线 l 的纵截距为 **1** 时，有数列 $\{a_n\}$ 满足

$a_1=1,k=-16a_{n-1},k_2=4\left(a_n+2\right)^2$，设数列 $\left\{\dfrac{a_n}{1+a_n}\right\}$ 的前 ***n*** 项和为 S_n，已知存在正整数 m 使得 $m\leq S_{2020}<m+1$，求 ***m*** 的值.

19．(12 分)在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 $C_1:\begin{cases}x=2\cos\alpha,\\ y=\sin\alpha\end{cases}$（$\alpha$ 为参数），以坐标原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴且取相同的单位长度建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho=-2\sin\theta$.

（1）求曲线 C_1 的普通方程和曲线 C_2 的普通方程；

（2）若 **P**，**Q** 分别为曲线 C_1，C_2 上的动点，求 $|PQ|$ 的最大值.

20．（12 分）已知 $f\left(x\right)=\left|x+1\right|-\left|ax-1\right|$．

（1）当 $a=1$ 时，求不等式 $f\left(x\right)>1$ 的解集；

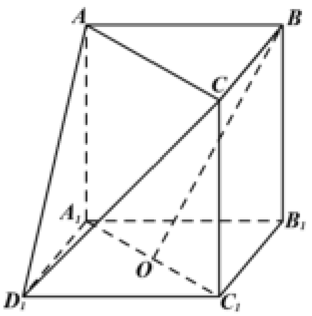
（2）若 $x\in\left(0,1\right)$ 时不等式 $f\left(x\right)>x$ 成立，求 a 的取值范围.

21．（12 分）设函数 $f(x)=(a-x)e^{x}+bx-c\ln x$．

（1）若 $a=3$，$c=0$ 时，$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减，求 b 的取值范围；

（2）若 $a=2$，$b=4$，$c=4$，求证：当 $x>1$ 时，$f(x)<16-8\ln 2$．

22．（10 分）将棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 截去三棱锥 D_1-ACD 后得到如图所示几何体，O 为 A_1C_1 的中点.



（1）求证：$OB//$ 平面 ACD_1；

（2）求二面角 $C-AD_1-C_1$ 的正弦值.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、A

【解析】

由题意知 S_2,S_4-S_2,S_6-S_4 成等差数列，结合等差中项，列出方程，即可求出 S_6 的值.

【详解】

解：由 $\left\{a_n\right\}$ 为等差数列，可知 S_2,S_4-S_2,S_6-S_4 也成等差数列，

所以$2\left(S_4-S_2\right)=S_2+S_6-S_4$，即$2\times\left(10-3\right)=3+S_6-10$，解得$S_6=21$.

故选:**A.**

【点睛】

本题考查了等差数列的性质，考查了等差中项.对于等差数列，一般用首项和公差将已知量表示出来，继而求出首项和公差.但是这种基本量法计算量相对比较大，如果能结合等差数列性质，可使得计算量大大减少.

2、**A**

【解析】

根据幂函数定义，求得b的值，结合充分条件与必要条件的概念即可判断.

【详解】

∵当函数$f\left(x\right)=\left(2b^2-3b-1\right)x^a$为幂函数时，$2b^2-3b-1=1$，

解得$b=2$或$-\dfrac{1}{2}$，

∴"$b=2$"是"函数$f\left(x\right)=\left(2b^2-3b-1\right)x^a$为幂函数"的充分不必要条件.

故选：**A.**

【点睛】

本题考查了充分必要条件的概念和判断，幂函数定义的应用，属于基础题.

3、**C**

【解析】

利用复数的除法，以及复数的基本概念求解即可.

【详解】

$z=\dfrac{1-bi}{2+i}=\dfrac{2-b-\left(2b+1\right)i}{5}$，又$z$的实部与虚部相等，

$\therefore b-2=2b+1$，解得$b=-3$.

故选:**C**

【点睛】

本题主要考查复数的除法运算，复数的概念运用.

4、**C**

【解析】

根据线面的位置关系，结合线面平行的判定定理、平行线的性质进行判断即可.

【详解】

A：当 $a\subset\alpha$ 时，也可以满足 $a\parallel b$，**b**$\parallel\alpha$，故本命题不正确；

B：当 $a\subset\alpha$ 时，也可以满足 $\vec{a}\perp\vec{b}$，$b\perp\alpha$，故本命题不正确；

C：根据平行线的性质可知：当 $a\parallel b$，$b\perp\alpha$，时，能得到 $a\perp\alpha$，故本命题是正确的；

D：当 $a\subset\alpha$ 时，也可以满足 $\vec{a}\perp\vec{b}$，**b**$\parallel\alpha$，故本命题不正确.

故选：**C**

【点睛】

本题考查了线面的位置关系，考查了平行线的性质，考查了推理论证能力.

5、**D**

【解析】

对于①，利用抛物线的定义，利用 $d=\dfrac{d_1+d_2}{2}=\dfrac{|BF|+|EF|}{2}>\dfrac{|BE|}{2}=R$ 可判断；

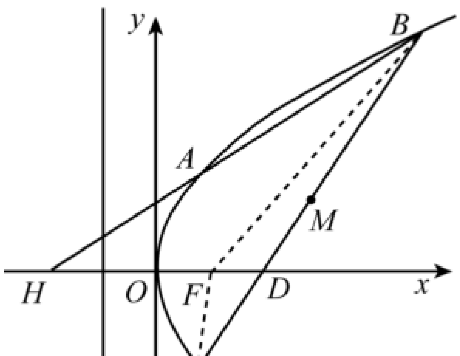
对于②，设直线 DE 的方程为 $x=my+2$，与抛物线联立，用坐标表示直线 OB 与直线 OE 的斜率乘积，即可判断；

对于③，将 $x=ty-2$ 代入抛物线 C 的方程可得，$y_Ay_1=8$，从而，$y_A=-y_2$，利用韦达定理可得

$|BE|^2=16m^4+48m^2+32$，再由 $r^2=|MN|^2+\left(\dfrac{|BE|}{2}\right)^2$，可用 **m** 表示 r^2，线段 BE 的中垂线与 x 轴的交点（即圆心 N）横坐标为 $2m^2+4$，可得 **a**，即可判断.

【详解】

如图，设 F 为抛物线 C 的焦点，以线段 BE 为直径的圆为 M，则圆心 M 为线段 BE 的中点.



设 B，E 到准线的距离分别为 d_1，d_2，$\odot M$ 的半径为 R，点 M 到准线的距离为 d，

显然 B，E，F 三点不共线，

则 $d=\dfrac{d_1+d_2}{2}=\dfrac{|BF|+|EF|}{2}>\dfrac{|BE|}{2}=R$．所以①正确.

由题意可设直线 DE 的方程为 $x=my+2$，

代入抛物线C的方程，有$y^2-4my-8=0$.

设点B，E的坐标分别为(x_1,y_1)，(x_2,y_2)，

则$y_1+y_2=4m$，$y_1y_2=-8$.

所以$x_1x_2=(my_1+2)(my_2+2)=m^2y_1y_2+2m(y_1+y_2)+4=4$.

则直线OB与直线OE的斜率乘积为$\dfrac{y_1y_2}{x_1x_2}=-2$．所以②正确.

将$x=ty-2$代入抛物线C的方程可得，$y_Ay_1=8$，从而，$y_A=-y_2$．根据抛物线的对称性可知，

A，E两点关于x轴对称，所以过点A，B，E的圆的圆心N在x轴上.

由上，有$y_1+y_2=4m$，$x_1+x_2=4m^2+4$，

则$|BE|^2=(x_1+x_2)^2-4x_1x_2+(y_1+y_2)^2-4y_1y_2=16m^4+48m^2+32$.

所以，线段BE的中垂线与x轴的交点（即圆心N）横坐标为$2m^2+4$，所以$a=2m^2+4$.

于是，$r^2=|MN|^2+\left(\dfrac{|BE|}{2}\right)^2=\left(2m^2+4-\dfrac{x_1+x_2}{2}\right)^2+\left(\dfrac{y_1+y_2}{2}\right)^2+4m^4+12m^2+8$，

代入$x_1+x_2=4m^2+4$，$y_1+y_2=4m$，得$r^2=4m^4+16m^2+12$，

所以$a^2-r^2=(2m^2+4)^2-(4m^4+16m^2+12)=4$.

所以③正确.

故选：**D**

【点睛】

本题考查了抛物线的性质综合，考查了学生综合分析，转化划归，数形结合，数学运算的能力，属于较难题.

6、**C**

【解析】

由双曲线定义得$|PF_2|=4a$，$|PF_1|=2a$，$\boldsymbol{OM}$是$\triangle PF_1F_2$的中位线，可得$|OM|=a$，在$\triangle OMF_2$中，利用余弦定理即可建立a,c关系，从而得到渐近线的斜率.

【详解】

根据题意，点$\boldsymbol{P}$一定在左支上.

由$|PF_2|=2|PF_1|$及$|PF_2|-|PF_1|=2a$，得$|PF_1|=2a$，$|PF_2|=4a$，

再结合$\boldsymbol{M}$为PF_2的中点，得$|PF_1|=|MF_2|=2a$，

又因为 ***OM*** 是 $\triangle PF_1F_2$ 的中位线，又 $|OM| = a$，且 $OM // PF_1$，

从而直线 PF_1 与双曲线的左支只有一个交点.

在 $\triangle OMF_2$ 中 $\cos\angle MOF_2 = \dfrac{a^2 + c^2 - 4a^2}{2ac}$.——①

由 $\tan\angle MOF_2 = \dfrac{b}{a}$，得 $\cos\angle MOF_2 = \dfrac{a}{c}$.——②

由①②，解得 $\dfrac{c^2}{a^2} = 5$，即 $\dfrac{b}{a} = 2$，则渐近线方程为 $y = \pm 2x$.

故选：**C.**

【点睛】

本题考查求双曲线渐近线方程，涉及到双曲线的定义、焦点三角形等知识，是一道中档题.

7、**A**

【解析】

分析：作出函数 $f(x)$ 的图象，利用消元法转化为关于 n 的函数，构造函数求得函数的导数，利用导数研究函数的单调性与最值，即可得到结论.

详解：作出函数 $f(x)$ 的图象，如图所示，若 $m < n$，且 $f(m) = f(n)$，

则当 $\ln(x+1) = 1$ 时，得 $x + 1 = e$，即 $x = e - 1$，

则满足 $0 < n < e - 1, -2 < m \le 0$，

则 $\ln(n+1) = \dfrac{1}{2}m + 1$，即 $m = \ln(n+1) - 2$，则 $n - m = n + 2 - 2\ln(n+1)$，

设 $h(n) = n + 2 - 2\ln(n+1), 0 < n \le e - 1$，则 $h'(n) = 1 + \dfrac{2}{n+1} = \dfrac{n-1}{n+1}$，

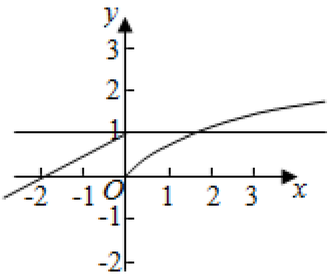
当 $h'(n) > 0$，解得 $1 < n \le e - 1$，当 $h'(n) < 0$，解得 $0 < n < 1$，

当 $n = 1$ 时，函数 $h(n)$ 取得最小值 $h(1) = 1 + 2 - 2\ln(1+1) = 3 - 2\ln 2$，

当 $n = 0$ 时，$h(0) = 2 - 2\ln 1 = 2$；

当 $n = e - 1$ 时，$h(e-1) = e - 1 + 2 - 2\ln(e - 1 + 1) = e - 1 < 2$，

所以 $3 - 2\ln 2 < h(n) < 2$，即 $n - m$ 的取值范围是 $[3 - 2\ln 2, 2)$，故选 **A.**



点睛：本题主要考查了分段函数的应用，构造新函数，求解新函数的导数，利用导数研究新函数的单调性和最值是解答本题的关键，着重考查了转化与化归的数学思想方法，以及分析问题和解答问题的能力，试题有一定的难度，属于中档试题.

8、**C**

【解析】

试题分析：根据充分条件和必要条件的定义进行判断即可.

解：在等差数列$\{a_n\}$中，若 $a_2>a_1$，则 $d>0$，即数列$\{a_n\}$为单调递增数列，

若数列$\{a_n\}$为单调递增数列，则 $a_2>a_1$，成立，

即"$a_2>a_1$"是"数列$\{a_n\}$为单调递增数列"充分必要条件，

故选 C.

考点：必要条件、充分条件与充要条件的判断.

9、**A**

【解析】

先将函数解析式化简为 $y=|\cos x|$，结合题意可求得切点 x_4 及其范围 $x_4\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$，根据导数几何意义，即可求得 $\left(x_4+2\right)\tan x_4$ 的值.

【详解】

函数 $y=\begin{cases}\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right),x\in\left[2k\pi-\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{\pi}{2}\right)(k\in z),\\-\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right),x\in\left[2k\pi+\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{3\pi}{2}\right)(k\in z),\end{cases}$

即 $y=|\cos x|$

直线 $y=m(x+2)(m>0)$ 与函数 $y=|\cos x|$ 图象恰有四个公共点，结合图象知直线 $y=m(x+2)(m>0)$ 与函数 $y=-\cos x$ 相切于 x_4， $x_4\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$，

因为 $y'=\sin x$，

故 $k=\sin x_4=\dfrac{-\cos x_4}{x_4+2}$，

所以 $(x_4+2)\tan x_4=(x_4+2)\times\dfrac{\sin x_4}{\cos x_4}=(x_4+2)\times\dfrac{-1}{(x_4+2)}=-1$.

故选：**A.**

【点睛】

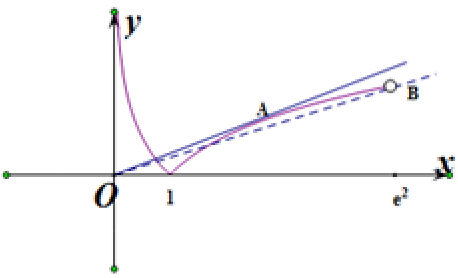
本题考查了三角函数的图像与性质的综合应用，由交点及导数的几何意义求函数值，属于难题.

10、**D**

【解析】

令 $g(x)=f(x)-ax=0$，可得 $f(x)=ax$.

在坐标系内画出函数 $f(x)=|\ln x|$ 的图象（如图所示）.



当 $x>1$ 时，$f(x)=\ln x$.由 $y=\ln x$ 得 $y'=\dfrac{1}{x}$.

设过原点的直线 $y=ax$ 与函数 $y=ln x$ 的图象切于点 $A(x_0,\ln x_0)$，

则有 $\begin{cases}\ln x_0=ax_0\\ a=\dfrac{1}{x_0}\end{cases}$，解得 $\begin{cases}x_0=e\\ a=\dfrac{1}{e}\end{cases}$.

所以当直线 $y=ax$ 与函数 $y=ln x$ 的图象切时 $a=\dfrac{1}{e}$.

又当直线 $y=ax$ 经过点 $B(e^2,2)$ 时，有 $2=a\cdot e^2$，解得 $a=\dfrac{2}{e^2}$.

结合图象可得当直线 $y=ax$ 与函数 $f(x)=|\ln x|$ 的图象有 **3** 个交点时，实数 a 的取值范围是 $\left(\dfrac{2}{e^2},\dfrac{1}{e}\right)$.

即函数 $g(x)=f(x)-ax$ 在区间 $(0,e^2)$ 上有三个零点时，实数 a 的取值范围是 $\left(\dfrac{2}{e^2},\dfrac{1}{e}\right)$.选 **D.**

点睛：已知函数零点的个数（方程根的个数）求参数值（取值范围）的方法